

RESUMEN

La batería de un coche eléctrico se modela como un circuito formado por múltiples celdas de ion-litio conectadas en serie y/o en paralelo entre sí además de otro tipo de dispositivos eléctricos clásicos como fuentes, resistores y condensadores.

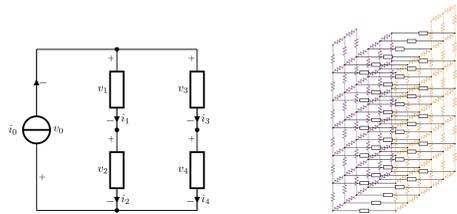


Fig. 1: Configuraciones de interés para la empresa

Como incógnitas de nuestro modelo, vamos a considerar las corrientes y los voltajes en las aristas del circuito, que se debe interpretar como un grafo dirigido [1].

Las corrientes y voltajes deben verificar las leyes de Kirchhoff

$$(\mathbf{i}, \mathbf{v}) \in \ker(A) \times \text{im}(A^T)$$

siendo $A \in \mathcal{M}_{N \times E}$ la matriz de incidencia de dicho grafo dirigido. Además de estas restricciones algebraicas, en cada arista disponemos de una ley constitutiva

$$f_k(t, i_k, v_k) = 0, \quad k = 1, \dots, E$$

en principio no lineal, que nos relaciona la corriente con el voltaje en dicha arista.

Se han implementado las leyes constitutivas asociadas a los dispositivos eléctricos clásicos, que vienen siendo ecuaciones de carácter diferencial, integral y algebraico. Para las celdas de ion-litio, las leyes constitutivas requieren la resolución de complejos modelos electroquímicos.

El modelo de Newman [2] requiere resolver un sistema de tres ecuaciones parabólicas y dos ecuaciones elípticas totalmente acopladas. El acople con el circuito se produce únicamente a través de las condiciones de contorno de la ecuación elíptica:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\sigma \frac{\partial \phi_s}{\partial x} \right) = jLi. \quad (1)$$

Proponemos definir las leyes constitutivas de las celdas de las dos formas siguientes:

- Dado un voltaje v , calculamos una corriente mediante el operador Dirichlet-to-Neumann

$$\mathcal{I}(t, v) = \sigma \frac{\partial \phi_s}{\partial x} \Big|_{x=0, L}$$

donde ϕ_s es una componente de la solución del modelo electroquímico tras aplicar

$$\phi_s|_{x=L} - \phi_s|_{x=0} = v$$

como condición de contorno para la Ecuación (1). De esta forma, la ley constitutiva se escribe:

$$f(t, i, v) = i - \mathcal{I}(t, v).$$

- Dada una corriente i , calculamos un voltaje mediante el operador Neumann-to-Dirichlet

$$\mathcal{V}(t, i) = \phi_s|_{x=L} - \phi_s|_{x=0}$$

donde ϕ_s es una componente de la solución del modelo electroquímico tras aplicar

$$\sigma \frac{\partial \phi_s}{\partial x} \Big|_{x=0} = \sigma \frac{\partial \phi_s}{\partial x} \Big|_{x=L} = i$$

como condición de contorno para la Ecuación (1). De esta forma, la ley constitutiva se escribe:

$$f(t, i, v) = v - \mathcal{V}(t, i).$$

Encapsulando la resolución de las ecuaciones en derivadas parciales por medio de estos operadores de Poincaré-Steklov somos capaces de evaluar las leyes constitutivas en paralelo.

RESULTADOS

Empleando software libre, hemos desarrollado un código que permite generar de modo automático ciertas configuraciones empleadas en la industria como las que se muestran en la Fig. 1. El sistema de ecuaciones resultante se discretiza en tiempo y se resuelve empleando un método iterativo [3].

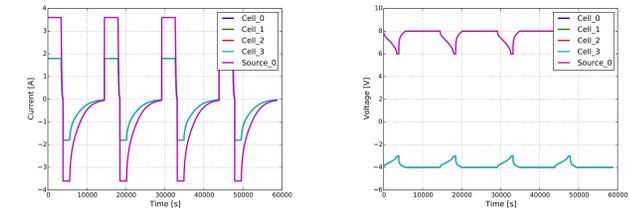


Fig. 2: Corrientes y voltajes para dos cargas y descargas del pack de celdas que se presenta en la Fig. 1 izquierda

REFERENCIAS

[1] A. Bermúdez, D. Gómez, P. Salgado. *Mathematical Models and Numerical Simulation in Electromagnetism*. Springer, 2014.

[2] J. Newman and K. E. Thomas-Alyea. *Electrochemical Systems*. John Wiley and Sons, 2004.

[3] D. Aller, M.T. Cao-Rial, M. Cremades, P. Fontán and J. Rodríguez. *Numerical Simulation of a Network of Li-Ion Cells Using an Electrochemical Model*. *Progress in Industrial Mathematics at ECMI 2016*, Springer (to appear).